

Дәріс №4

Таралған жүктеме қарқындылығы, көлденең күші және июші моменттердің арасындағы дифференциалдық байланыс. Есептерді шешу әдістемесі.

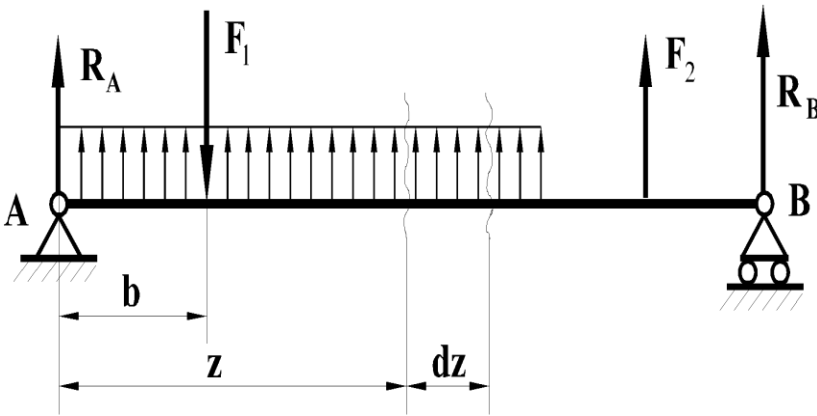
Таралған жүктеме қарқындылығы, көлденең күш және июші моменттердің арасындағы дифференциалдық байланыс.

Июші момент, көлденең күш және таралған жүктеме қарқындылығы арасында байланысты орнату оңай. Еркін жүктеме әсер етіп тұрған, балканы қарастырамыз (1 -сурет). Сол жақтағы тіректен Z арақашықтығында қиылған, кез келген қимадағы көлденең күшті анықтаймыз. Қиманың сол жағында орналасқан күштерді вертикальға проекциясын түсіріп, келесі теңдеуді анықтаймыз:

$$Q = R_A - F_1 + qz.$$

Сол жақтағы тіректен $z + dz$ арақашықтығында орналасқан, қимадағы көлденең күшті анықтаймыз:

$$Q + dQ = R_A - F_1 + q(z + dz).$$



1 – сурет

(1)-ді (2)-ден азайтсақ, $dQ = qdz$ шығады, осыған орай:

$$q = \frac{dQ}{dz},$$

демек, балканың абцисса қимасы мен көлденең күштің қатынасы таралған жүктеме қарқындылығына тең.

Енді қиманың сол жағына орналасқан, күш моменттердің қосындысын алып, қимадағы z абциссасымен июші моментті анықтаймыз. Ол үшін қиманың $z/2$ арақашықтығынан, бөліктің ортасында орналасқан qz тең, бөліктің z ұзындығымен таралған жүктемені оның тең әсерлі күшімен алмастырамыз:

$$M = R_A z - F_1(z - b) + qz \frac{z}{2}; \quad (3)$$

$$M + dM = R_A(z + dz) - F_1(z + dz - b) + \frac{q(z + dz)^2}{2}. \quad (4)$$

(3)-тен (4)-ті азайтсақ, июші моменттің бірінші туындысы шығады:

$$dM = R_A dz - F_1 dz + qz dz = dz(R_A - F_1 + qz).$$

Жақшаның ішіндегі өрнек көлденең күшті Q береді. Онда $dM = Q dz$. Бұл жерден келесі формуланы шығарамыз:

$$Q = \frac{dM}{dz} \quad (5)$$

Демек, балканың қимасында абцисса бойындағы июші моменттің қатынасы көлденең күшке тең (Журавский теоремасы).

(5) теңдеуден екі жағындағы қатынасын алып, келесі өрнекті шығарамыз:

$$\frac{dQ}{dz} = \frac{d^2 M}{dz^2} = q,$$

демек, балканың қимасындағы абцисса бойынша июші моменттің екінші қатынасы таралған жүктеменің қарқындылығына тең. Келіп шыққан қанынастар көлденең күштер және июші моменттердің эпюраларын құрастыру жолдары дұрыс екендігін анықтаған кезде қолданылады.

Nz және Mbұр эпюрлерінің бақылау тәртәптері

Құрастыруды дұрыс орындалғанын бағалау үшін, көлденең күштердің және бұралу моменттердің эпюраларына кей бір заңдылықтар енгізілген.

1. Эпюры Nz және Mbұр эпюрлері әр қашан түзі сызықты.
2. Таралған жүктеменің жоқ жеріндегі бөлікте Nz(Mкр) эпюрлері - түзу, оське параллель, ал таралған жүктеменің астындағы бөлікте – иілген түзу.
3. Қадалған күш нүктесінің астында Nz эпюрасында осы күштің мөлшерімен тең көтеріліс болу керек, Mbұр эпюрасында қадалған моменттің астында осы күшке тең көтеріліс болады.

Есеп 1.

Шарнирлі тіректегі балка үшін **Qy** және **Mx** эпюрлерін құру (2 сурет).

Есептеу жолы.

Тірек реакцияларын анықтаймыз:

$$\sum M_A = 0: R_B \cdot 5 - M - F \cdot 3 - q \cdot 2 \cdot 1 = 0; R_B = 30 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = 0: R_A \cdot 5 + M - F \cdot 2 - q \cdot 2 \cdot 4 = 0; R_A = 40 \text{ кН}$$

Тексеру:

$$\sum F_{iy} = 0: R_A - q \cdot 2 - F + R_B = 40 - 20 \cdot 2 - 30 + 30 = 0$$

Қималарды көрсетеміз.

Бұл жерде екі тірек реакциялары белгілі, сол үшін балка қималарының сол немесе оң бөлініп тастаған бөліктерін қарстыруға болады.

Қимадағы көлденең күштерді анықтаймыз:

$$Q_{y,1} = R_A = 40 \text{ кН};$$

$$Q_{y,2} = Q_{y,3} = R_A - q \cdot 2 = 40 - 40 = 0;$$

$$Q_{y,4} = Q_{y,5} = Q_{y,6} = Q_{y,7} = -R_B = -30 \text{ кН}$$

Qy эпюрын құрамыз.

Қимадағы июші моменттерді анықтаймыз:

$$M_{x,1} = 0;$$

$$M_{x,2} = R_A \cdot 2 - q \cdot 2 \cdot 1 = 80 - 40 = 40 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

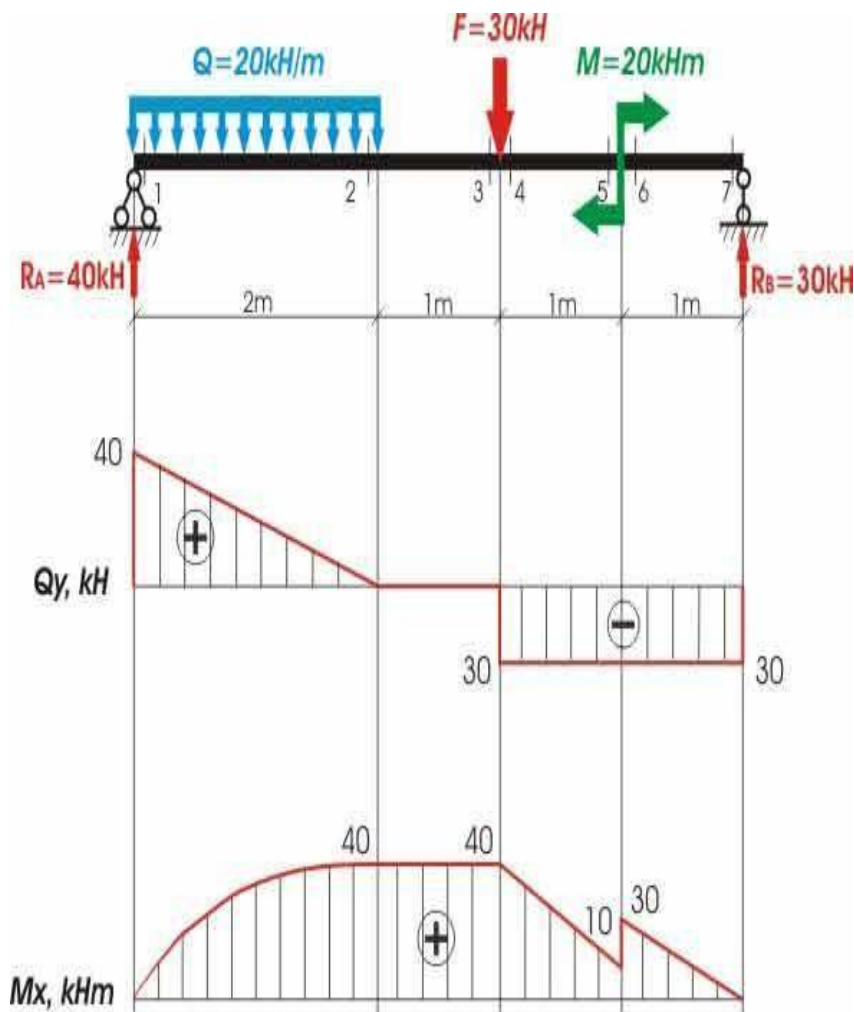
$$M_{x,3} = M_{x,4} = R_A \cdot 3 - q \cdot 2 \cdot 2 = 120 - 80 = 40 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{x,5} = R_B \cdot 1 - M = 30 - 20 = 10 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{x,6} = R_B \cdot 1 = 30 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{x,7} = 0.$$

Mx эпюрын құрамыз



2 - сурет

Есеп 2. Қадалып тұрған стержень үшін бұраушы моменттердің эпюрын құрамыз (3-сурет).

Есептеу жолдары.

Бұралу моменттердің эпюрын құру принципі мен алгоритімі толығымен көлденең күштердің эпюрлерін құру принципі мен алгоритімімен сай келеді.

1. Қиманы көрсетеміз
2. Қимадағы бұралу моменттерін анықтаймыз:

$$M_{кр.1} = M_{кр.2} = M_1 = 30 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

$$M_{кр.3} = M_{кр.4} = M_1 - m_1 \cdot 2 = 30 - 40 = -10 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

$$M_{кр.5} = M_1 - m_1 \cdot 2 + m_2 \cdot 2 = 30 - 40 + 20 = 10 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

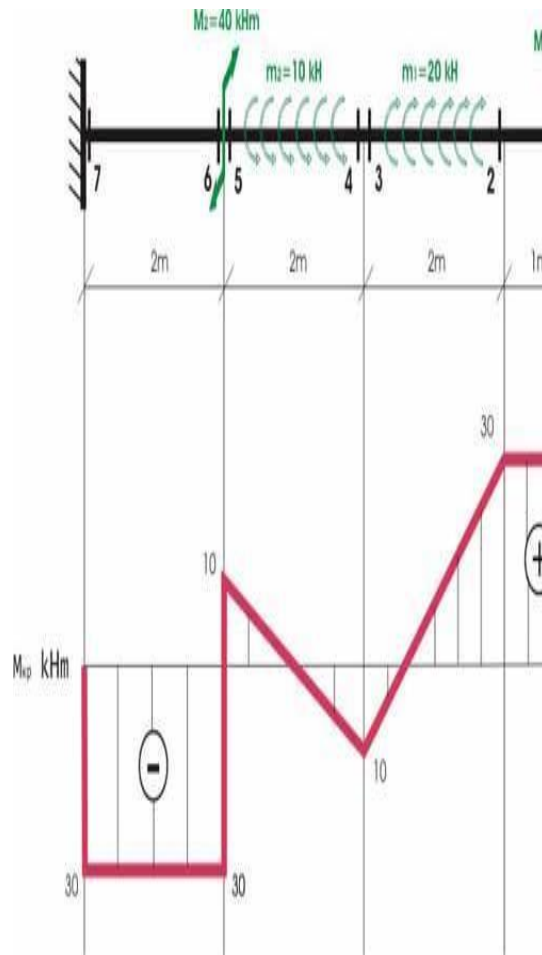
$$M_{кр.6} = M_{кр.7} = M_{кр.5} - M_2 = 10 - 40 = -30 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

3. Анықталған сандар бойынша **Мбұр** эпюрын құрамыз (3,б сурет).

Nz және Mbyp эюрлерінің бакылау тэртэптері

Құрастырудың дұрыс орындалғанын бағалау үшін, көлденең күштердің және бұралу моменттердің эюрларына кей бір заңдылықтары енгізілген.

1. Эюры Nz және Mbyp эюрлері әр қашан түзі сызықты.
2. Таралған жүктеменің жоқ жеріндегі бөлікте Nz(Mкр) эюрлері - түзу, оське параллель, ал таралған жүктеменің астындағы бөлікте – иілген түзу.



3 - сурет

3. Қадалған күш нүктесінің астында Nz эюрасында осы күштің мөлшерімен тең көтеріліс болу керек, Mbyp эюрасында қадалған моменттің астында осы күшке тең көтеріліс болады.