

## Лекция №5

### Тема: Методология теоретических исследований.

**Цель лекции:** ознакомить методологией теоретических исследований.

#### 1. Задачи и методы теоретического исследования.

#### 2. Использование математических методов в исследованиях.

**Основные понятия:** метод расчленения, метод объединения, общая теория систем, стадии проведения теоретических исследований, математическое моделирование.

### 1. Задачи и методы теоретического исследования

Целью теоретических исследований является выделение в процессе синтеза знаний существенных связей между исследуемым объектом и окружающей средой, объяснение и обобщение результатов эмпирического исследования, выявление общих закономерностей и их формализация.

Теоретическое исследование завершается формированием теории, не обязательно связанной с построением математического аппарата. Теория проходит в своем развитии различные стадии от качественного объяснения и количественного измерения процессов до их формализации и в зависимости от стадии может быть представлена как в виде качественных правил, так и в виде математических уравнений (соотношений).

Задачами теоретического исследования являются: обобщение результатов исследования, нахождение общих закономерностей путем обработки и интерпретации опытных данных: расширение результатов исследования на ряд подобных объектов без повторения всего объема исследований; изучение объекта, недоступного для непосредственного исследования; погашение надежности экспериментального исследования объекта (обоснования параметров и условий наблюдения, точности измерений).

При проведении теоретических исследований, основанных на общенаучных методах анализа и синтеза, широко используются расчленение и объединение элементов исследуемой системы (объекта, явления).

Метод расчленения предложен французским философом и естествоиспытателем Р. Декартом. В своей работе «Правила для руководства ума» он пишет: «Освободите вопрос от всех излишних представлений и сведите его к простейшим элементам». В процессе расчленения выделяются существенные и несущественные параметры, основные элементы и связи между ними.

Следует, однако, отметить, что каждый объект можно расчленить разными способами и это существенно влияет на проведение теоретических исследований, так как в зависимости от способа расчленения процесс изучения объекта может упроститься или при неправильном расчленении, наоборот, усложниться. После расчленения объекта изучается вид взаимосвязи элементов и осуществляется моделирование этих элементов. Наконец, элементы объединяются в сложную модель объекта.

На всех этапах построения модели объекта производится его упрощение и вводятся определенные допущения. Последние должны быть осознанными и обоснованными. Неверные допущения могут приводить к серьезным ошибкам при формулировании теоретических выводов.

При построении моделей объекта исследования должны использоваться наиболее общие принципы и закономерности. Это позволяет учесть все допущения, принятые при получении формализованных теорий, и точно определять область их применения.

Противоположным расчленению является метод объединения и связанный с ним комплексный подход к изучению объекта, которые чаще всего объединяются под названием «общая теория систем» или «системология».

Общая теория систем (ОТС) возникла на основе изучения некоторых биологических объектов и явлений и впервые была сформулирована Л. Берталанфи.

Со временем в структуре общей теории систем выделились два направления. Цель первого направления - развитие ОТС как некоторой философской концепции, включающей в

себя такие понятия, как принцип системности, системный подход, системный анализ и т. д.

В другом направлении общая теория систем представляет собой некоторый математический аппарат, претендующий на строгое описание закономерностей формирования и развития любых систем.

ОТС базируется на трех постулатах. **Первый постулат** утверждает, что функционирование систем любой природы может быть описано на основе рассмотрения формальных структурно-функциональных связей между отдельными элементами систем. Влияние материала, из которого состоят элементы систем, проявляется в формальных характеристиках системы (ее структуре, динамике и т.д.). **Второй постулат** состоит в том, что организация системы может быть определена на основе наблюдений, проведенных извне посредством фиксации состояний только тех элементов системы, которые непосредственно взаимодействуют с ее окружением.

**Третий постулат** заключается в том, что организация системы полностью определяет ее функционирование и характер взаимодействия с окружающей средой. Эти постулаты дают возможность определить организацию системы, исходя из характеристик взаимодействия с внешней средой, и характеристики взаимодействия, исходя из организации системы.

Диалектическое требование изучать объект во всех его связях получило в общей теории систем свое дальнейшее развитие в форме ряда принципов: системности (целостное представление объектов); р е л я т и в н о с т и системы (любое множество предметов можно рассматривать как систему и как несистему); у н и в е р с а л ь н о с т и системы. Этот принцип направлен против абсолютизации отдельных систем и способов их образования, т.е. любое множество можно рассматривать как систему и как несистему в определенных аспектах и фиксированных условиях.

Теоретические исследования включают: анализ физической сущности процессов, явлений; формулирование гипотезы исследования; построение (разработка) физической модели; проведение математического исследования; анализ теоретических решений; формулирование выводов. Если не удастся выполнить математическое исследование, то формулируется рабочая гипотеза в словесной форме с привлечением графиков, таблиц и т. д. В технических науках необходимо стремиться к применению математической формализации выдвинутых гипотез и выводов.

Структурно любая задача включает условия и требования (рис.1). У с л о в и я - это определение информационной системы, из которой следует исходить при решении задачи. Т р е б о в а н и я - это цель, к которой нужно стремиться в результате решения. Условия и требования могут быть исходными, привлеченными и искомыми. *Исходные* условия даются в первоначальной формулировке задачи (исходные данные). Если их оказывается недостаточно для решения задачи, то исследователь вынужден привлекать новые данные, называемые *привлеченными*. *Искомые* данные или искомые условия - это привлеченные условия, которые требуются отыскать в процессе решения задачи.

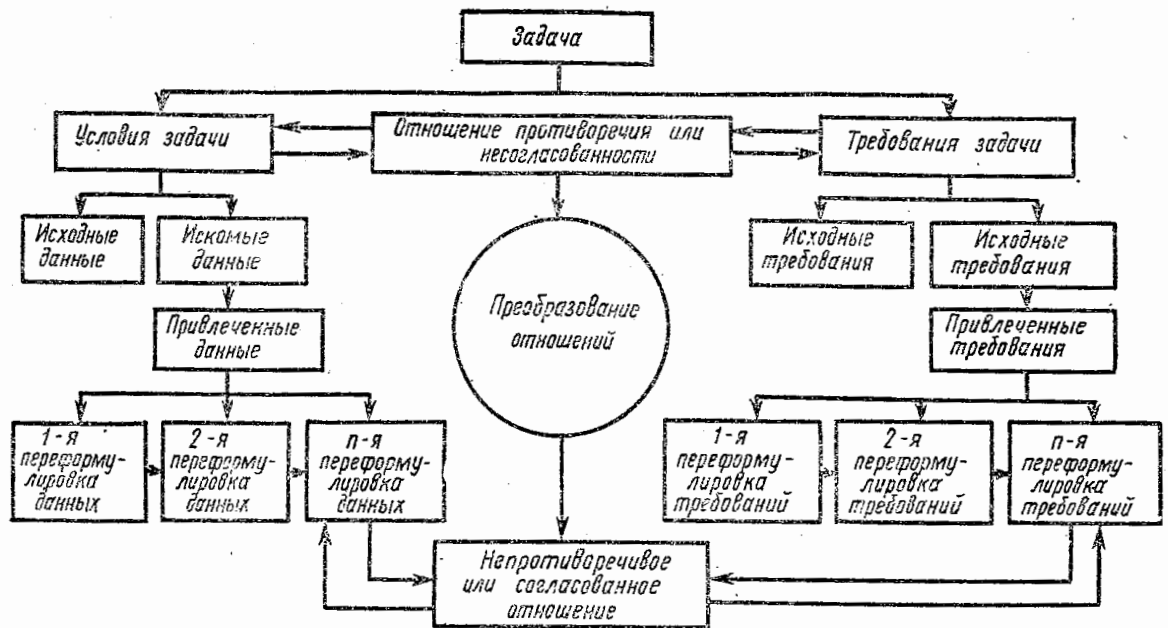


Рис. 1. Структурные компоненты решения задачи

Условия и требования задачи находятся в противоречии, они неоднократно сталкиваются, сопоставляются, сближаются между собой.

Такое преобразование структурных компонентов задачи продолжается до тех пор, пока не будет решена сама задача. Процесс проведения теоретических исследований состоит обычно из нескольких стадий.

Оперативная стадия включает проверку возможности устранения технического противоречия, оценку возможных изменений в среде, окружающей объект, анализ возможности переноса решения задачи из других отраслей знания (ответить на вопрос: «Как решаются в других отраслях знаний задачи, подобные данной?»), применение «обратного» решения (ответить на вопрос: «Как решаются задачи, обратные данной, и нельзя ли использовать эти решения, взяв их со знаком минус?») или использования «прообразов» природы (ответить на вопрос: «Как решаются в природе более или менее сходные задачи?»). Вторая стадия исследования является синтетической, в процессе которой определяется влияние изменения одной части объекта на построение других его частей, определяются необходимые изменения других объектов, работающих совместно с данным, оценивается возможность применения измененного объекта по новому, и найденной технической идеи при решении других задач.

Выполнение названных предварительных стадий дает возможность приступить к стадии постановки задачи, в процессе которой определяется конечная цель решения задачи, проверяется возможность достижения той же цели решения задачи «обходными» (может быть, более простыми) средствами, выбирается наиболее эффективный путь решения задачи и определяются требуемые количественные показатели.

В связи с этим при необходимости уточняются требования применительно к конкретным условиям практической реализации полученного решения задачи.

Аналитическая стадия включает определение идеального конечного результата (ответить на вопрос: «Что желательно получить в самом идеальном случае?»), выявляются помехи, мешающие получению идеального результата, и их причины, определяются условия, обеспечивающие получение идеального результата с целью найти, при каких условиях исчезнет «помеха».

Постановка задачи является наиболее трудной частью ее решения.

Умение увидеть скрытое основное отношение задачи в самом начале решения, а, следовательно, умение поставить задачу, выделить ее из огромной массы окружающих, привходящих обстоятельств и, наконец, добраться до ее завуалированной сущности - залог успеха в достижении поставленной цели. Чем быстрее задача ставится, тем быстрее она приходит в состояние предрешения. Все это указывает на то, что четкая формулировка основного отношения задачи - важнейший этап ее решения. Следует при этом иметь в виду, что преобразование в начале расплывчатой формулировки задачи в четкую, определенную (переформулировка) часто облегчает решение задач.

Решение теоретических задач должно носить творческий характер. Творческие решения часто не укладываются в заранее намеченные планы. Иногда оригинальные решения появляются «внезапно», после, казалось бы, длительных и бесплодных попыток. Часто удачные решения возникают у специалистов смежных областей знания, на которых не давит груз известных решений. Творческие решения представляют по существу разрыв привычных представлений и взгляд на явления с другой точки зрения. Следует особо подчеркнуть, что собственные творческие мысли (оригинальные решения) возникают тем чаще, чем больше сил, труда, времени затрачивается на постоянное обдумывание путей решения теоретической задачи, чем глубже научный работник увлечен исследовательской работой.

При разработке теорий наряду с вышеизложенными методами используются и другие. Немалую роль при построении любых теорий играют, например, л о г и ч е с к и е м е т о д ы и п р а в и л а , носящие нормативный характер. К числу таких правил относятся правила вывода, образования сложных понятий из простых, установления истинности сложных высказываний и т.д.

Специальными принципами построения теорий служат также принципы формирования аксиоматических теорий, критерии непротиворечивости, полноты и независимости систем аксиом и гипотез и др.

Теоретические исследования играют большую роль в процессе познания объективной действительности, поскольку они позволяют глубоко проникнуть в сущность природных явлений, создавать постоянно развивающуюся научную картину мира. Теоретическое исследование является функцией мышления, которая состоит в том, чтобы открыть, проверить, частично освоить различные области природы, создать и развить мировоззрение.

В этом процессе познание природы раскрывается все более полно, но с каждой новой подтвержденной гипотезой выдвигает все больше проблем. Таким образом, с ростом объективных знаний одновременно увеличивается и область открытых вопросов, подлежащих решению, так как каждый найденный ответ лишь приближает к познанию абсолютной истины, но не может достигнуть ее.

## **2. Использование математических методов в исследованиях**

Решение практических задач математическими методами последовательно осуществляется путем математической формулировки задачи (разработки математической модели), выбора метода проведения исследования полученной математической модели, анализа полученного математического результата.

М а т е м а т и ч е с к а я ф о р м у л и р о в к а задачи обычно представляется в виде чисел, геометрических образов, функций, систем уравнений и т.п.

Описание объекта (явления) может быть представлено с помощью непрерывной или дискретной, детерминированной или стохастической и другими математическими формами.

М а т е м а т и ч е с к а я м о д е л ь представляет собой систему математических соотношений - формул, функций, уравнений, систем уравнений, описывающих те или иные стороны изучаемого объекта, явления, процесса.

Первым этапом математического моделирования является постановка задачи, определение объекта и целей исследования, задание критериев (признаков) изучения объектов и управления ими. Неправильная или неполная постановка задачи может свести на нет результаты всех последующих этапов.

Весьма важным на этом этапе является установление границ области влияния изучаемого объекта. Границы области влияния объекта определяются областью значимого взаимодействия с внешними объектами. Данная область может быть определена на основе следующих признаков: границы области охватывают те элементы, воздействие которых на исследуемый объект не равно нулю; за этими границами действие исследуемого объекта на внешние объекты стремится к нулю. Учет области влияния объекта при математическом моделировании позволяет включить в эту модель все существенные факторы и рассматривать моделируемую систему как замкнутую, т. е., с известной степенью приближения, независимую от внешней среды. Последнее значительно упрощает математическое исследование.

Следующим этапом моделирования является выбор типа математической модели. Выбор типа математической модели является важнейшим моментом, определяющим направление всего исследования. Обычно последовательно строится несколько моделей. Сравнение результатов их исследования с реальностью позволяет установить наилучшую из них.

На этапе выбора типа математической модели при помощи анализа данных поискового эксперимента устанавливаются: линейность или нелинейность, Динамичность или статичность, стационарность или нестационарность, а также степень детерминированности исследуемого объекта или процесса. Линейность устанавливается по характеру статической характеристики исследуемого объекта. *Под статической* характеристикой объекта понимается связь между величиной внешнего воздействия на объект (величиной входного сигнала) и максимальной величиной его реакции на внешнее воздействие (максимальной амплитудой выходной характеристики системы).

Под *выходной* характеристикой системы понимается изменение выходного сигнала системы во времени. Если статическая характеристика исследуемого объекта оказывается линейной, то моделирование этого объекта осуществляется с использованием линейных функций. Нелинейность статической характеристики и наличие запаздывания в реагировании объекта на внешнее воздействие являются яркими признаками нелинейности объекта. В этом случае для его моделирования должна быть принята нелинейная математическая модель.

Применение линейной математической модели значительно упрощает ее дальнейший анализ, поскольку такая модель позволяет пользоваться принципом суперпозиции. *Принцип суперпозиции* утверждает, что когда на линейную систему воздействуют несколько входных сигналов, то каждый из них фильтруется системой так, как будто никакие другие сигналы на нее не действуют. Общий выходной сигнал линейной системы по принципу суперпозиции образуется в результате суммирования ее реакции на каждый входной сигнал.

Установление динамичности или статичности осуществляется по поведению исследуемых показателей объекта во времени.

Применительно к детерминированной системе можно говорить о статичности или динамичности по характеру ее выходной характеристики.

Если среднее арифметическое значение выходного сигнала по разным отрезкам времени не выходит за допустимые пределы, определяемые точностью методики измерения исследуемого показателя, то это свидетельствует о статичности объекта.

Применительно к вероятностным системам их статичность устанавливается по изменчивости уровня ее относительной организации. Если изменчивость этого уровня не превышает допустимые пределы, то система определяется как статичная.

Весьма важным является выбор отрезков времени, на которых устанавливается статичность или динамичность объекта. Если объект на малых отрезках времени казался статичным, то при увеличении этих отрезков результат не изменится. Если же статичность установлена для крупных отрезков времени, то при их уменьшении результат может измениться и статичность объекта может перейти в динамичность.

При выборе типа (класса) модели вероятностного объекта важно установление его стационарности. Обычно о стационарности или нестационарности вероятностных объектов судят по изменению во времени параметров законов распределения случайных величин.

Чаще всего для этого используют среднее арифметическое случайной величины  $M(\tau_i)$  и среднее квадратическое отклонение случайных величин  $\sigma_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) от среднего арифметического и среднего квадратического отклонении во времени.

Из ряда средних арифметических  $M(\tau_1), M(\tau_2), \dots, M(\tau_i)$  выбирается минимальное значение  $M(\tau_{min})$  и строятся интервалы с границами

$$M(\tau_{min}) + \Delta x, M(\tau_{min}) - \Delta x,$$

где  $\Delta x$  - точность методики измерения исследуемого показателя.

Если значение  $M(\tau_i)$  укладывается в этот интервал, то объект определяется как стационарный по среднему арифметическому -  $M(\tau)$ .

Аналогично определяется стационарность по среднему квадратическому отклонению.

Граничные значения  $\sigma$  при установлении стационарности определяются по формулам

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{D_1}{n}}, \quad \sigma_2 = \sqrt{\frac{D_2}{n}},$$

или

$$D_1 = \left\{ \sum_{i=1}^n [x_i - (M(\tau_{min}) + \Delta x)]^2 \right\} \frac{1}{n-1};$$

$$D_2 = \left\{ \sum_{i=1}^n [x_i - (M(\tau_{min}) - \Delta x)]^2 \right\} \frac{1}{n-1};$$

здесь  $n$  - число наблюдений.

Если все значения  $\sigma$  укладываются в интервал  $\sigma_1 \dots \sigma_2$ , то объект считается стационарным. В противном случае объект определяется как вероятностный нестационарный, даже если величина среднего арифметического  $M$  не изменяется во времени.

Установление общих характеристик объекта позволяет выбрать математический аппарат, на базе которого строится математическая модель. Выбор математического аппарата может быть осуществлен в соответствии со схемой, представленной на рис.2. Как видно из данной схемы, выбор математического аппарата не является однозначным и жестким.

Так для детерминированных объектов может использоваться аппарат линейной и нелинейной алгебры, теории дифференциальных и интегральных уравнений, теории автоматического регулирования.

Адекватным математическим аппаратом для моделирования вероятностных объектов являются теория детерминированных и случайных автоматов с детерминированными и случайными средами, теория случайных процессов, теория марковских процессов, эвристическое программирование, методы теории информации, методы теории управления и оптимальные модели.

При описании квазидетерминированных (вероятностно-детерминированных) объектов может использоваться теория дифференциальных уравнений с коэффициентами, подчиняющимися определенным законам.

Цель и задачи, которые ставятся при математическом моделировании, играют немаловажную роль при выборе типа (класса) модели. Практические задачи требуют простого математического аппарата, а фундаментальные - более сложного, допускают прохождение иерархии математических моделей, начиная от чисто функциональных и кончая моделями, использующими твердо установленные закономерности и структурные параметры.

Не меньшее значение на выбор модели оказывает анализ информационного массива, полученного как результат аналитического обзора результатов исследований других авторов или поискового эксперимента. Деление массива на зависимые и независимые факторы, на входные и выходные переменные, предварительный поиск взаимосвязи между различными данными выборки позволяет определить адекватный математический аппарат.

Анализ информационного массива позволяет установить непрерывность или дискретность исследуемого показателя и объекта в целом.

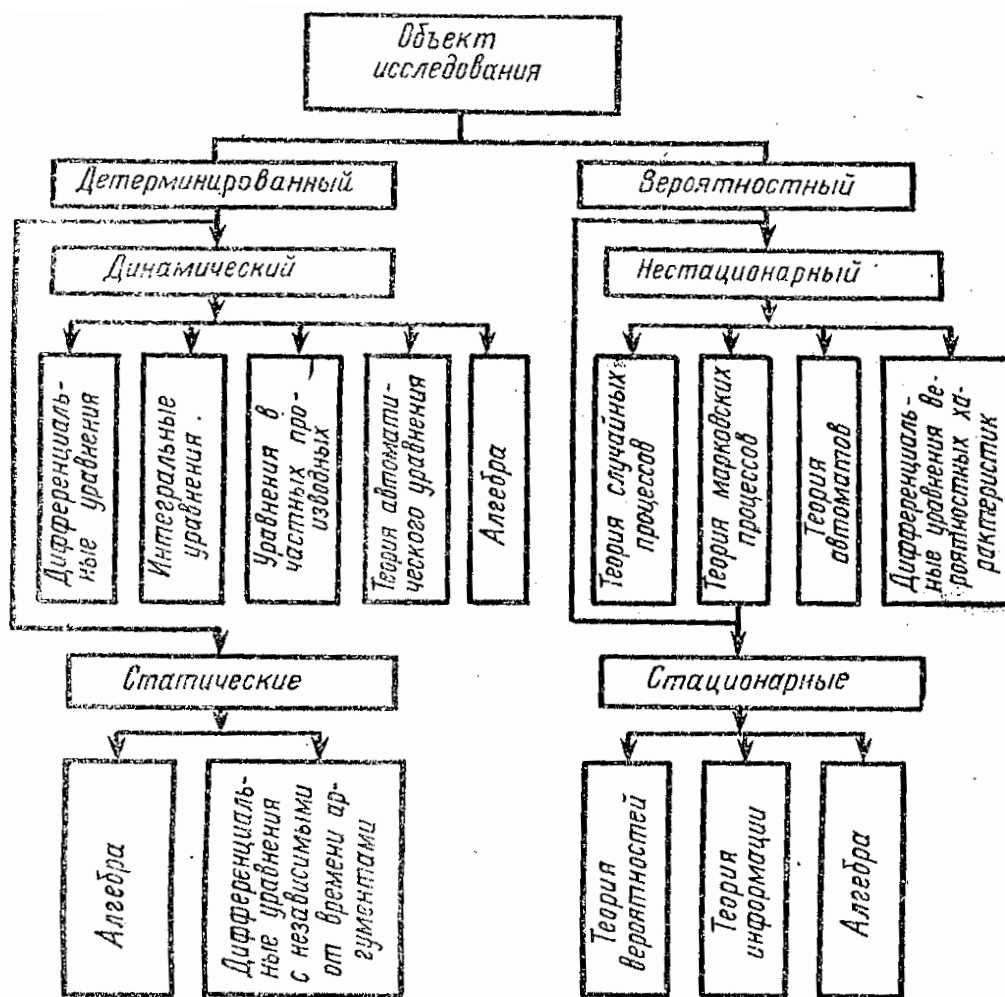


Рис. 2. Математический аппарат для построения математической модели

В непрерывных объектах все сигналы представляют собой непрерывные функции времени. В дискретных объектах все сигналы квантуются по времени и амплитуде. Если сигналы квантуются только по времени, т. е. представляются в виде импульсов, с равной амплитудой, то такие объекты называют дискретно-непрерывными.

Установление непрерывности объекта позволяет использовать для его моделирования дифференциальные уравнения. В свою очередь, дискретность объекта предопределяет использование для математического моделирования аппарата теории автоматов.

Кроме вышеизложенного на установление типа (класса) математической модели может оказать существенное влияние необходимость определенного отображения гипотезы.

Учет целей и задач математического моделирования, характера гипотезы и анализа информационного массива позволяет конкретизировать модель, т.е. в выбранном типе (классе) моделей определить их вид. Выбор вида математической модели в данном их классе является третьим этапом математического моделирования. Данный этап связан с заданием областей определения исследуемых параметров объекта, т.е. значения, которые являются допустимыми, и установлением зависимостей между ними. Для количественных (числовых) параметров зависимости задаются в виде систем уравнений (алгебраических или дифференциальных), для качественных - используются табличные способы задания функций.

Если параметры описываются противоречивыми зависимостями, то определяются их весовые коэффициенты, выраженные в долях единицы, баллах. Тем самым противоречивые зависимости переводятся в вероятностные.

Для списания сложных объектов с большим количеством параметров возможно разбиение объекта на элементы (подсистемы), установление иерархии элементов и описание связей между ними на различных уровнях иерархии.

Особое место на этапе выбора вида математической модели занимает описание преобразования входных сигналов в выходные характеристики объекта.

Если на предыдущем этапе было установлено, что объект является статическим, то построение функциональной модели осуществляется при помощи алгебраических уравнений. При этом кроме простейших алгебраических зависимостей используются регрессионные модели и системы алгебраических уравнений.

Если заранее известен характер изменения исследуемого показателя, то число возможных структур алгебраических моделей резко сокращается и предпочтение отдается той структуре, которая выражает наиболее общую закономерность или общеизвестный закон. Если характер изменения исследуемого показателя заранее неизвестен, то ставится поисковый эксперимент. Предпочтение отдается той математической формуле, которая дает наилучшее совпадение с данными поискового эксперимента.

Результаты поискового эксперимента и априорный информационный массив позволяют установить схему взаимодействия объекта с внешней средой по соотношению входных и выходных величин. В принципе возможно установление четырех схем взаимодействия:

одномерно-одномерная схема (рис. 3, а) - на объект воздействует только один фактор, а его поведение рассматривается по одному показателю (один выходной сигнал);

одномерно-многомерная схема (рис. 3, б) - на объект воздействует один фактор, а его поведение оценивается по нескольким показателям;

многомерно-одномерная схема (рис. 3, в) - на объект воздействует несколько факторов, а его поведение оценивается по одному показателю;

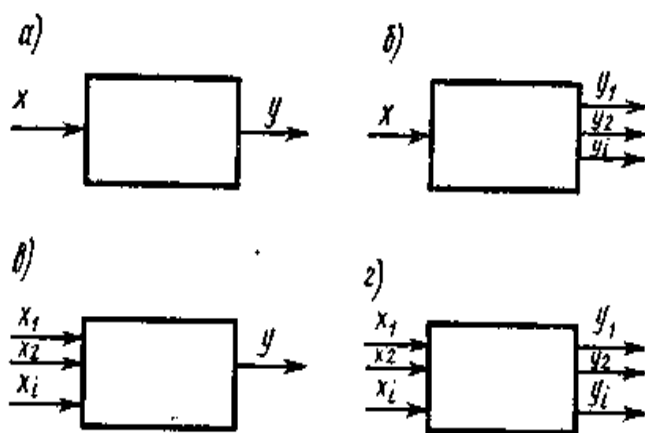


Рис. 3. Схемы взаимодействия объекта с внешней средой

многомерно-многомерная схема (рис. 3, г) - на объект воздействует множество факторов и его поведение оценивается по множеству показателей.

При одномерно-одномерном взаимодействии статического стационарного детерминированного объекта с внешней средой постоянное входное воздействие связывается с постоянным выходным сигналом через постоянный коэффициент. Если же этот объект является нестационарным, то указанная связь описывается различными функциями  $y=f(x)$ . Чаще всего данная функция описывается полиномом.

В случае обнаружения многомерно-одномерной схемы статический стационарный детерминированный объект описывается следующей моделью:

при равнозначности внешних воздействий

$$y = a \sum_{i=1}^m x_i;$$

при неравнозначности внешних воздействий

$$y = \sum_{i=1}^m a_i x_i,$$

где  $a_i$  - постоянный коэффициент;  $m$  - число внешних воздействий (факторов).

Для статического нестационарного объекта (при той же схеме взаимодействия) часто используется модель в виде полного степенного полинома:

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^m a_i x_i + \sum_{i=1}^{m_1} \sum_{j=1}^{m_1} a_{ij} x_i x_j + \\ + \sum_{i=1}^{m_2} \sum_{j=1}^{m_2} \sum_{v=1}^{m_2} a_{ijv} x_i x_j x_v + \dots$$

где  $m_1, m_2$  - число парных и тройных сочетаний факторов ( $m_1 = C_m^2, m_2 = C_m^3$ ).

### Вопросы для самопроверки

1. Цель и задачи теоретического исследования.
2. Назовите основные методы теоретического исследования?
3. Из каких основных стадий состоит процесс проведения теоретических исследований?
4. В чем заключается суть математического аппарата для построения математической модели?
5. Охарактеризуйте схемы взаимодействия объекта с внешней средой?

### Список литературы:

1. Новиков А.М., Новиков Д.А. Методология научного исследования. – М.: Либроком. – 2010. – 280 с. <http://www.mtas.ru/upload/library/mni.pdf>
2. Овчаров А.О., Овчарова Т.Н. Методология научного исследования. – М.: ИНФРА-М. – 2019. – 304 с. <https://znanium.com/read?id=327846>
3. Космин В.В. Основы научных исследований. – М.: РИОР. ИНФРА – М. – 2019. – 238 с. <https://znanium.com/read?id=357975>
4. <http://library.atu.kz>
5. <http://methodolog.ru/books.htm>