

Лекция №7

Тема: Моделирование в научном и техническом творчестве.

Цель лекции: ознакомить методами моделирования в научном и техническом творчестве.

1. Подобие и моделирование в научных исследованиях.

2. Виды моделей.

Основные понятия: методы теории подобия и моделирования, критерии подобия, теоремы о подобии, виды моделей.

1. Подобие и моделирование в научных исследованиях

Методы теории подобия и моделирования широко применяются в различных научных исследованиях. Моделирование можно определить как метод практического или теоретического опосредованного оперирования объектом.

При этом исследуется не сам объект, а промежуточный вспомогательный, находящийся в некотором объективном соответствии с самим познаваемым объектом и способный на отдельных этапах познания представлять в определенных отношениях изучаемый объект, а также давать по исследованию модели информацию об объекте.

При моделировании важна та помощь, которую оно оказывает при вскрытии качественных и количественных свойств явлений одинаковой физической природы и явлений, разнородных по своей физической сущности. В природе вследствие ее материального единства имеются некоторые общие соотношения и простейшие формы, что позволяет делать широкие практические обобщения, в ряде случаев отвлекаясь в процессе познания от деталей происходящих явлений. Таким образом, при моделировании всегда должны присутствовать некоторые соотношения, устанавливающие условия перехода от модели к исследуемому объекту (оригиналу). Такие соотношения носят название масштабов. Моделирование включает научные исследования, направленные на решение как общефилософских и общенаучных проблем (первый аспект), так и на решение конкретных научно-технических задач (второй аспект), где моделирование выступает как инструмент исследования) Приемы анализа и аппарат решения при этом различны, но метод одинаково требует установления критериев подобия, т.е. словесной или математической формулировки тех условий, при которых модель может считаться закономерно отражающей (в том или ином смысле) оригинал.

Подобие явлений, характеризующееся соответствием (в частном случае пропорциональностью) величин, участвующих в изучаемых явлениях, происходящих в оригиналах и в моделях, по степени соответствия параметров модели и оригинала может быть трех видов.

Абсолютное подобие, требующее полного тождества состояний или явлений в пространстве и времени, представляет собой абстрактное понятие, реализуемое только умозрительно.

Полное подобие - подобие тех процессов, протекающих во времени и пространстве, которые достаточно полно для целей данного исследования определяют изучаемое явление. Например, можно считать, что синхронный генератор имеет полное электромеханическое подобие другому генератору, если все процессы изменений токов, напряжений, вращающих моментов на валу, изменение во времени и пространстве распределения магнитных и электрических полей отличаются в этих генераторах только масштабами. При этом нагрев или механические напряжения в отдельных деталях генератора могут быть неподобными, так как они не оказывают существенного влияния на подлежащие исследованию электромеханические явления. Однако они могут быть наиболее существенными при исследовании тепломеханических процессов и т. д.

Неполное подобие связано с изучением процессов только во времени или только в пространстве. Так, электромеханические процессы в синхронном генераторе могут быть подобны во времени, без соблюдения геометрического подобия полей внутри машины.

Приближенное подобие реализуется при некоторых упрощающих допущениях, приводящих к искажениям, заранее оцениваемым количественно. С точки зрения адекватности физической природы модели и оригинала моделирование может быть *физическое*, осуществляемое при одинаковой физической природе изучаемых явлений; *аналоговое*, требующее соответствия в том или ином смысле параметров сравниваемых процессов. Например, одинаковой формы уравнений, описывающих физически разнородные явления: *математическое*, предусматривающее формальные преобразования уравнений, облегчающие их решение. Так если дифференциальное уравнение (А), описывающее физический процесс, преобразовано в уравнение (В), то, установив соответствующие функциональные связи, можно рассматривать А и В в качестве подобных процессов.

Условия нелинейного подобия могут быть найдены для систем, параметры которых различно зависят от параметров режима.

Теоремы о подобии. Все перечисленные выше виды подобия подчиняются некоторым общим закономерностям, которые принято называть теоремами о подобии. Этим теорем три. Первая и вторая получены, исходя из предположения, что речь идет о явлениях, подобие которых заранее известно. Они устанавливают соотношения между параметрами заведомо подобных явлений, не указывая способов определения подобия между явлениями и путем реализации подобия при построении моделей. Ответ на последний вопрос дает третья теорема. Она определяет условия, необходимые и достаточные для того, чтобы явления оказались подобными.

Первая теорема подобия. У явлений, подобных в том или ином смысле (физически, математически и т.д.) можно найти определенные сочетания параметров называемые критериями подобия, имеющими одинаковые (численно или по функциональным проявлениям) значения. Следует заметить, что справедливо и обратное положение: если критерии подобия численно одинаковы, то явления подобны.

Рассмотрим различные применения первой теоремы: случай подобных процессов, описываемых однородными уравнениями

$$\frac{y_j^1}{y_n^1} = \frac{y_j^2}{y_n^2} = \dots = \frac{y_j^s}{y_n^s}, \quad (1)$$

где 1, 2, ..., s — номера процесса; y_j, y_n — параметры соответственно модели и объекта. Индексы, характеризующие номер процесса, можно опустить и записать (1) в более общем виде:

$$\pi_j = \frac{y_i}{y_n} = idem, \quad (2)$$

где *idem* означает «соответственно одинаково для всех рассмотренных процессов»; π - критерии подобия.

Если уравнения процесса характеризуют его протекание во времени и пространстве с доступной и необходимой для данного исследования полнотой, то в этом случае условия (2) - критерии полного подобия. Если уравнения характеризуют протекание процесса или только во времени, или только в пространстве, то (2) - критерии неполного подобия. Наконец, если исходные уравнения перед определением критериев будут упрощены, в них будут отброшены какие-то заведомо влияющие факторы и т.д., то найденные из них критерии (2) будут называться критериями приближенного подобия.

В табл.1...4 приведены критерии подобия для некоторых наиболее характерных процессов. В случае подобных процессов, описываемых уравнениями с неоднородными функциями (трансцендентные, сложные и т.д.), аргументы неоднородных функций должны быть равны, так как они в этом случае являются критериями подобия. Так, например, если в функциях $y_i=R \sin axy; \varphi=R \sin Axy$ выполняется условие $y_i \neq \varphi_i$, то подобие процессов

характеризуется равенством $axu=Axu$. Возможны условно подобные процессы, подобие которых выполняется при введении переменных масштабов (квазиподобие).

Первая теорема о подобии справедлива и в более сложных случаях, когда уравнения процессов и а первый взгляд неодинаковы, но введение переменных масштабов параметров времени или пространства дает возможность установить соответствие между оригиналом и моделью. Возможны, например, два случая подобия: обычное геометрическое, когда куб преобразуется в подобный куб (другого размера), и так называемое аффинное, когда куб преобразуется в параллелепипед. Могут реализовываться и более сложные преобразования, например, когда шар (глобус) представляется в виде плоскостной модели - (карты); это - конформное преобразование.

Вторая теорема подобия. Всякое полное уравнение физического процесса, записанное в определенной системе единиц, может быть представлено в виде зависимости между безразмерными соотношениями из входящих в уравнение параметров, которые и есть критерии подобия.

Т а б л и ц а 1

Критерии механического и гидродинамического подобия

Критерий	Формульное выражение
Ньютона	$\frac{Ft^2}{Ml} = [Ne]$
Гомохронности, характеризующей однородность процессов во времени	$\frac{vt}{l} = [Ho]$
Фруда	$\frac{v^2}{gl} = [Fr]$

Эйлера	$\frac{p}{\rho v^2} = [Eu]$
Рейнольдса, характеризует процессы в несжимаемой жидкости	$\frac{\rho v}{\mu_0} = [Re]$
Архимеда, характеризует процессы движения жидкости при различной ее плотности	$\frac{gl^3}{\gamma_0^2} \frac{\rho - \rho}{\rho} = [Ar]$
Законы подобия гидротурбины	$p^{op} = p^m \left(\frac{D^{op}}{D^m} \right) \sqrt{\left(\frac{H^{op}}{H^m} \right)^3},$ $p^{op} = n^m \left(\frac{D^m}{D^{op}} \right) \sqrt{\frac{H^{op}}{H^m}},$ $M_{\text{мех}}^{op} = M_{\text{мех}}^{op} \left(\frac{D^{op}}{D^m} \right)^3 \frac{H^{op}}{H^m}.$

t - время;

M - масса;

l - геометрический размер;

v - скорость;

g - ускорение силы тяжести;

p - сила, давление;

ρ - плотность жидкости;

μ_0 - вязкость;

γ_0 - коэффициент кинематической

вязкости;

P - мощность турбины;

D - диаметр;

H - напор;

$M_{\text{мех}}$ - механический момент.

Теорема указывает на возможность своего рода замены переменных и сокращения их числа с m размерных до n безразмерных величин, с переходом к критериальному уравнению. Таким образом, упрощается обработка аналитических и экспериментальных исследований, так как связь между безразмерными критериями подобия π чаще всего проще. Но не только этим определяется значение теоремы. Весьма существенно, что переход к безразмерным соотношениям позволяет распространить результаты исследования, проведенного применительно к конкретному явлению, на ряд подобных явлений.

Таблица 2

Критерии электрического подобия

Общие критерии	Формульное выражение
Подобия электромагнитных явлений	$\pi_1 = \frac{\mu \gamma l^2}{t} = idem;$ $\pi_2 = \frac{\varepsilon}{\gamma t} = idem$
Гомохронности	$[Ho] = \omega t = idem$
Подобия процессов при нелинейных магнитных материалах (идентичность относительных характеристик)	$\mu_* = \mu / \mu_k = f\left(\frac{H}{H_k}\right) = idem$
Подобие цепей	$\pi_* L_a = \frac{L_a}{R_a t} = idem$ $\pi_* C_a = \frac{C_a}{G t} = idem$
Подобие цепей с взаимной индукцией при одинаковом масштабе токов во взаимосвязанных цепях	$\pi_{*ab} = \frac{M_{ab}^2}{L_a L_b} = idem$ $\pi = \frac{M_{ab}^2}{R_a R_b t^2} = idem$
Электродинамическое подобие	$T_{*j} = \frac{I_j}{t} = idem$
Подобие цепей с взаимной индукцией при разном масштабе токов во взаимосвязанных цепях	$T_{*ab} = \frac{M_{ab}}{R_a t} = idem$ $T_{*ab} = \frac{M_{ab}}{R_b t} = idem$

μ – коэффициент магнитной проницаемости;

γ – проводимость, удельная среда;

l - геометрический размер;

t - Время;

ε - диэлектрическая постоянная;

ω - угловая скорость; $\omega=2\pi f$;

f - частота;

H_k - напряженность поля в точке К;

L - индуктивность цепи;

R - омическое сопротивление;

C - емкость;

G - проводимость на единицу длины электрической линии;

M - взаимоиндуктивность;

T - постоянная времени.

Критерии электрического подобия

Критерий	Формульное выражение
Дополнительные условия подобия систем с распределенными параметрами	$R_0 G_0 l^2 = idem$
Приближенного электромагнитного и электродинамического подобия	$T_1 = T_2 = idem$
Намагничивания ферромагнитных тел	$l\sqrt{\gamma\mu'}\omega = idem$
Электромагнитного подобия движущейся среды	$\frac{\lambda\mu v}{t} - \underline{2} = idem$

Критерии теплового подобия

Критерий	Формульное выражение
Фурье	$\frac{at}{l^2} = idem = [Fo]$ (здесь $a = \lambda / c_p \xi$ – коэффициент температуропроводности; λ – коэффициент теплопроводности; c_p – коэффициент теплоемкости; ξ – удельный вес)
Пекле (для движущейся жидкости с заданным тепловым состоянием)	$vl/a = idem = [Pe]$
Нуссельта	$al/\lambda = idem = [Nu]$
Кирпичева	$Rl/\lambda = idem = [Ki]$ (здесь R – коэффициент теплопередачи)
Прандтля	$\gamma_a/a = idem [Pr]$

Пусть, например, какой-то процесс описывается линейным дифференциальным уравнением третьего порядка

$$A_3 \frac{d^3 \varphi}{dt^3} + A_2 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + A_1 \frac{d\varphi}{dt} + A_0 \varphi = 0,$$

где t – время; $A_3(c^3)$; $A_2(c^2)$; $A_1(c)$ – коэффициенты, имеющие постоянные значения и размерности и A_0 – безразмерный.

Путем введения подстановкой $t = q\tau$ безразмерного времени τ уравнение можно привести к безразмерному виду

$$\frac{d^3 \varphi}{d\tau^3} + \chi \frac{d^2 \varphi}{d\tau^2} + \xi \frac{d\varphi}{d\tau} + \varphi = 0,$$

где

$$\chi = (A_2/A_3)\sqrt{A_0/A_3} \text{ и } \xi = (A_1/A_3)^3 \sqrt{(A_0/A_3)^2}$$

- безразмерные коэффициенты (критерии подобия) функциональных зависимостей $\varphi = f(\tau)$.

Третья теорема подобия. Необходимыми и достаточными условиями подобия являются пропорциональность сходственных параметров, входящих в условия однозначности, и равенство критериев подобия изучаемого явления.

Три общие теоремы о подобии дополняются положениями, оказавшимися весьма существенными при решении многих практических задач.

Однако к теоремам подобия имеется ряд дополнительных положений, которыми необходимо руководствоваться при моделировании.

Дополнительные положения:

1. Подобие сложных систем, состоящих из нескольких подсистем, соответственно подобных в отдельности, обеспечивается подобием всех сходственных элементов, являющихся общими для подсистем. Как следствие этого положения утверждается, что подобные сложные системы остаются Подобными после любых упрощений, если только эти упрощения были проведены в системах соответственно одинаково.

2. Все теоремы и условия подобия, справедливые для систем различной сложности, могут быть распределены на нелинейные системы, или системы с переменными параметрами, если выполняются условия совпадения относительных характеристик, сходственных параметров, являющихся нелинейными или переменными.

3. Условия подобия, справедливые для изотропных систем, которые характеризуются одинаковостью физических свойств (электропроводность, теплопроводность, упругость и т. п.) по всем координатам внутри данной системы, могут быть распространены и на анизотропные системы, имеющие неодинаковые свойства по различным направлениям. При этом относительные анизотропии в сравниваемых системах должны быть соответственно одинаковы.

4. В системах, геометрически не подобных, но имеющих нелинейное подобие пространства, процессы могут быть физически подобны, имея в сходственных точках пространства подобные изменения параметров процесса.

5. Все условия подобия, относящиеся к детерминированно заданным системам, справедливы для стохастически определенных систем при условии совпадения у этих систем плотностей вероятностей сходственных параметров, представленных в виде относительных характеристик. При этом дисперсии и математические ожидания всех параметров с учетом масштабов должны быть у подобных систем одинаковыми. Дополнительным условием подобия является выполнение требования физической реализуемости сходственной корреляции между стохастически заданными параметрами, входящими в условие однозначности.

2. Виды моделей

Теория подобия и моделирования, являющаяся, в сущности, теорией постановки и обработки проводимых экспериментальных и аналитических исследований, способна в значительной мере разрешить многие возникающие при этом трудности. Однако подобие и моделирование не могут становиться и не стали отдельной (специальной) наукой, хотя в гносеологическом плане выделяют некоторые общие свойства, присущие всем моделям.

Эти свойства заключаются в наличии некоторой структуры статической и динамической, которая подобна или рассматривается в качестве подобной структуры другой системы. Любая модель, таким образом, это естественный или искусственный объект, находящийся в соответствии с изучаемым объектом или какой-либо из его сторон.

В процессе изучения модель служит относительно самостоятельным «квазиобъектом», позволяющим получить при его исследовании некоторые знания о самом изучаемом объекте. Модели всех видов постепенно приобретают все большее значение, позволяя проводить научные исследования различных процессов, уточнять теорию работы различных установок, проверять выводы и получать более полное и наглядное представление, чем это можно было бы сделать только на основании расчета. Модели имеют большое значение с точки зрения обучения, позволяя неоднократно воспроизводить аварийные режимы машин, аппаратов и систем, изучая при этом их в ускоренном времени, необходимом для получения нужного опыта. Модели обеспечивают обработку психологической совместимости новых машин, аппаратов и систем, и человека.

Концептуальные модели предполагают разработку и использование моделей, формируемых наблюдением в процессе обучения и наблюдения за объектом во время его функционирования. Модели позволяют оценивать значимость свойств целостности, выявлять свойства системы и приходить в некоторое состояние, определяемое ее собственной структурой. Иногда выделяют логические модели, которые строятся с помощью аппарата математической логики, а формальное построение используется далее для содержательной их интерпретации.

Кибернетические модели основываются на получении соотношений между входными и выходными функциями для некоего черного или серого ящика, представляющего изучаемое явление, без раскрытия его внутренней структуры.

Квазианалоговые модели и электронные модели занимаются синтезом цепей, являющихся моделями различных объектов, имеют особенно большое значение в настоящее время при решении задач, возникающих при проектировании и эксплуатации больших систем технического назначения.

Электронное моделирование позволяет успешно решать задачи объектов и явлений путем создания модели из комбинированных операционных блоков и проведения синтеза моделей. Набор универсальных комбинационных операционных блоков позволяет создавать универсальные и специализированные аналоговые машины (АВМ), связанные с универсальными цифровыми вычислительными машинами (ЭВМ).

В последнее время много внимания уделяется задачам синтеза в отличие от задач анализа. Синтез требует не просто определения характера процесса при заданных его начальных условиях, но определения таких воздействий на систему (и такое ее моделирование), при которых удалось бы выявить характер и величину воздействий, обеспечивающих в данной системе такой характер процессов, который желательно придать процессам в проектируемой или уже функционирующей системе. Модель открывает большие возможности проверять предпосылки различных соотношений и допущений, принятых при математическом описании различных процессов, возникающих в аварийных условиях, и воспроизводить все действия персонала в условиях, близких к естественным, необходимых для устранения аварийных ситуаций, т.е. осуществить психологическое моделирование операций.

Подобие и моделирование не только не находятся в противоречии с аналитическими методами, применяющими цифровые вычислительные машины, но, напротив, подкрепляют их, обеспечивая проверку аналитических методов, способствуя уверенности в их применениях.

Вопросы для самопроверки

1. Охарактеризуйте виды подобия.
2. В чем заключается суть теорем подобия?
3. В каких случаях применяют первую теорему подобия?
4. Охарактеризуйте виды моделей.
5. При решении каких задач применяется электронное моделирование?

Список литературы:

1. Новиков А.М., Новиков Д.А. Методология научного исследования. – М.: Либроком. – 2010. – 280 с. <http://www.mtas.ru/upload/library/mni.pdf>
2. Овчаров А.О., Овчарова Т.Н. Методология научного исследования. – М.: ИНФРА-М. – 2019. – 304 с. <https://znanium.com/read?id=327846>
3. Космин В.В. Основы научных исследований. – М.: РИОР. ИНФРА – М. – 2019. – 238 с. <https://znanium.com/read?id=357975>
4. <http://library.atu.kz>
5. <http://methodolog.ru/books.htm>