

Лекция №8

Тема: Моделирование в научном и техническом творчестве.

Цель лекции: ознакомить методами моделирования в научном и техническом творчестве.

1. Организация результатов эксперимента в критериальной форме.

2. Обработка результатов эксперимента в критериальной форме.

Основные понятия: критериальная программа, критериальная форма, критериальная функция отклика, критериальное планирование эксперимента.

1. Организация результатов эксперимента в критериальной форме

Огромные скорости вычислений современных цифровых вычислительных машин обеспечивают быстроту аналитических решений. Однако при ошибках физического или формального характера цифровая машина может выдать столь же быстро и уверенно неправильное решение. Поэтому особое значение приобретает а п р о б а ц и я п р о г р а м м для вычислительных машин с точки зрения корректности заложенных в них физических положений и правильности неизбежных упрощений. Эта проверка должна проводиться на основе методов подобия и моделирования.

Роль эксперимента, а вместе с этим и моделирования, увеличивается с развитием и совершенствованием цифровых вычислительных машин. Эксперимент является не только путем непосредственного решения тех или иных научно-технических задач, но и помогает находить наилучшее средство аналитического решения.

Модели различных видов и различного рода (физические, аналоговые и математические) должны применяться совместно и одновременно с цифровыми вычислительными машинами при исследовании работы различных технических систем, анализе развития и управления их функционированием, т. е. во всех отраслях научных и научно-технических знаний обращается внимание на создание физико-цифроаналоговых комплексов, обеспечивающих единый многоаспектный подход к исследованию. Оценку достоверности любого исследования, в том числе и с применением моделирования, дает эксперимент, проведенный по специальной программе. К р и т е р и а л ь н а я п р о г р а м м а проведения экспериментов (мысленных, математических или физических) дает оценку результата, распространяющуюся на класс явлений (а не только на единичные явления) в виде обобщенной критериальной зависимости, и позволяет отсеять влияние посторонних, случайных факторов. Особенно удачно решаются задачи, возникающие при изучении различных сложных систем и связанные с нахождением совокупности варьируемых факторов, при которых целевая функция экстремальна. Методы планирования эксперимента позволяют решить эту задачу с минимальным числом опытов при надежной статистической интерпретации на каждом этапе. Преимущества направленного эксперимента, обрабатываемого в критериальной форме, вообще велики и существенны также при квазианалоговом электронном моделировании, при всех разновидностях математического моделирования. Следует обращать внимание на возможность отыскания функций правдоподобия, т.е. определенной математической формы, помогающей характеризовать результаты эксперимента, проводимого как в натуре, так и на любых, в том числе квазианалоговых, моделях. Сочетание теории планирования эксперимента и теории подобия позволяет ввести понятие «критериальная функция отклика».

Здесь, однако, в отличие от теории планирования эксперимента вариации выполняются не в отдельных величинах, а в критериальных соотношениях. Такого рода соотношения позволяют сразу получать области целесообразных параметров.

Эти области, представленные в виде пространств, будут особенно важны при исследованиях сложных систем, проводимых на квазианалоговых электронных и других моделях. Решая задачи оптимизации, находят области, где имеются тенденции к определенному минимуму изменения целевой функции. При изучении больших систем моделирование выступает как мощное средство непосредственной связи теории и опыта, как

инструмент проверки практикой создаваемых теорий и расчетов метода, как средство ускорения испытания надежности, проверки вновь конструируемой аппаратуры.

Для использования моделирования в технических, инженерных задачах существенное значение имеет *автоматизация получения критериев подобия* с помощью вычислительных машин. Далее моделирование должно развиваться при сочетании методов теории подобия, планирования эксперимента, регрессионного анализа, исследований при вероятностной и неполной информации. Критериальные зависимости в сочетании с методами планирования эксперимента и статическими методами облегчают задачи оптимизации сложных систем.

Увеличение сложности и размеров систем требует постоянного совершенствования моделирования и проверки полученных результатов путем эксперимента.

Четко провести любой (физический или вычислительный) эксперимент, объективно оценить сведения об изучаемом процессе и распространить материал, полученный в одном исследовании, на серию других исследований можно только при правильной их постановке и обработке.

2. Обработка результатов эксперимента в критериальной форме

Критериальная обработка результатов исследований позволяет сократить число необходимых экспериментов за счет уменьшения числа варьируемых факторов, распространить результаты каждого из этих экспериментов на неограниченно большой класс подобных процессов. Критериальную обработку экспериментальных данных при неизвестном математическом описании процесса можно показать на одном из примеров. Пусть изучается процесс в электрической цепи с активным сопротивлением R , индуктивностью L и емкостью C при включении на источник постоянного напряжения U . Следует оценить влияние вариаций параметров R , L , C и U в заданных диапазонах на максимальное значение тока в цепи, т.е. изучить зависимость $i_{max} = f(R, L, C, U)$. Критерии подобия процесса определяются на основе анализа размерностей параметров i , R , L , C , U . Путем выбора в качестве независимых параметры U , R и C можно получить $\pi_1 = iR/U$; $\pi_2 = L/R^2C$. С учетом этих критериев исследуемая зависимость в критериальной форме примет вид $\pi_1 = i_{max}R/U = \varphi(L/R^2C)$. Если известно математическое описание процесса, то для приведенного выше примера $U = Ldi/dt + 1/C \int idt + iR$. Делением всех членов уравнения на четвертый член можно получить три критерия подобия: $\pi_1 = U/Ri = i \sim i$ (i - установившийся ток в цепи), $\pi_2 = L/Rt$, $\pi_3 = t/RC$. Если объединить второй и третий критерии в один, то при неизменном масштабе времени $\pi = \pi_2\pi_3 = L/R^2C = idem$; критерий π_1^{-1} определяет масштаб тока $i_* = \frac{i}{i_*}$. Таким образом, получается тот же результат, что и на основе анализа размерностей.

Переход к критериям подобия уменьшает количество варьируемых факторов с четырех (R , L , C , U) до одного (L/R^2C). Это сокращает число опытов, необходимых для экспериментального определения искомой зависимости. Три-четыре опыта при вариациях значения безразмерного комплекса дадут соотношение, выявляющее влияние па параметры R , L , C , U . Каждая точка этого соотношения будет соответствовать бесконечному числу подобных процессов [$\pi_1 = idem$, $\pi_2 = idem$]. Для определения критериев подобия необходимо знать начальные и граничные значения, значения неизменяющихся параметров режима и т.д.;

текущие значения параметров p_{l+1}, \dots, p_{l+n} ; составить матрицу размерностей A всех участвующих в процессе параметров $(p_1, \dots, p_l, p_{l+1}, \dots, p_{l+n})$ и определить ранг этой матрицы; выбрать в качестве независимых параметров R величин.

Все это дает возможность определить на основе анализа размерностей соответствующую форму записи безразмерных комплексов вида

$$\pi_1 = p_{R+1} / (p_{1R+1}^x p_{2R+1}^y \dots p_{kR+1}^z); \dots;$$

$$\pi_{1-R} = p_l / (p_1^{x_l} p_2^{y_l} \dots p_k^{z_l}),$$

а также критериев подобия, каждый из которых в числителе содержит текущее значение параметра

$$p_{l+1*} = p_{l+1} / (p_1^{X_{l+1}} p_2^{Y_{l+1}} \dots p_k^{Z_{l+1}}); \dots;$$

$$\dots\dots\dots$$

$$p_{l+n*} = p_{l+n} / (p_1^{X_{l+n}} p_2^{Y_{l+n}} \dots p_R^{Z_{l+n}}).$$

Иногда называют такие критерии выраженными в относительных единицах параметрами режима. В уравнениях процесса и начальных (граничных) условиях надо заменить параметры p_i, \dots, p_R на единицы, параметры p_{R+1}, \dots, p_l — на безразмерные комплексы π_1, \dots, π_{l-R} , а текущие значения p_{l+1}, \dots, p_{l+n} — на выраженные в относительных единицах. Наличие критериев подобия дает возможность соответствующим образом спланировать проведение эксперимента.

Критериальное планирование эксперимента (КПЭ) (теория планирования эксперимента) и теория подобия, способствующие наилучшей организации эксперимента и обработке его результатов, в настоящее время практически объединились. Пусть, например, требуется изучить зависимость $p = y(p_1, \dots, p_R, p_{R+1}, \dots, p_l)$, которая связывает целевую функцию эксперимента (например, какое-либо экспериментальное значение параметра) со значениями других параметров.

Для КПЭ необходимо: 1) определение вида безразмерных комплексов π_i , выраженных в относительных единицах p_{l+1}, \dots, p_{l+n*} , и критериальной целевой функции (если дифференциальные уравнения процесса известны, следует преобразовать эти уравнения в начальные (граничные) условия и привести их к критериальному виду в соответствии с описанным выше способом); 2) определение диапазонов варьирования безразмерных комплексов по заданным интервалам варьирования параметров p_1, \dots, p_l ; 3) выявление доминирующих безразмерных комплексов π_1, \dots, π_m путем проведения опытов (расчетов) в соответствии с матрицей критериального планирования отсеивающего эксперимента; 4) проведение опытов (расчетов) в соответствии с матрицей критериального планирования активного или пассивного эксперимента с целью определения коэффициентов полинома:

$$\pi_p = d_0 + \sum_{i=1}^m d_i \pi_i + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^m d_{ij} \pi_i \pi_j + \sum_{i=1}^m d_{ii} \pi_i^2 + \dots$$

Если эксперименты проводятся в реальной системе или на физической модели, в матрицу КПЭ, содержащую в качестве варьируемых факторов безразмерные комплексы, необходимо ввести еще значения варьируемых параметров p_1, \dots, p_l

Полученный в результате проведения минимума опытов (расчетов) полином, связывающий безразмерные комплексы, позволяет не только изучить конкретную зависимость, но и распространить результаты этих опытов на широкий класс процессов.

Вопросы для самопроверки

1. Как реализуется критериальная программа проведения экспериментов?
2. Назовите основные этапы организации результатов эксперимента в критериальной форме.
3. Как осуществляется критериальное планирование эксперимента?
4. В чем заключается суть критериальной функции отклика?
5. Как обрабатываются результаты эксперимента в критериальной форме?

Список литературы:

1. Новиков А.М., Новиков Д.А. Методология научного исследования. – М.: Либроком. – 2010. – 280 с. <http://www.mtas.ru/upload/library/mni.pdf>
2. Овчаров А.О., Овчарова Т.Н. Методология научного исследования. – М.: ИНФРА-М. – 2019. – 304 с. <https://znanium.com/read?id=327846>
3. Космин В.В. Основы научных исследований. – М.: РИОР. ИНФРА – М. – 2019. – 238 с. <https://znanium.com/read?id=357975>
4. <http://library.atu.kz>
5. <http://methodolog.ru/books.htm>